



## O gatinho do João: O congresso matemático<sup>1</sup>

*O episódio que se segue ocorre no âmbito de um congresso matemático realizado na turma dos alunos americanos, na aula seguinte à da realização de uma tarefa que, no essencial, corresponde à intitulada “O gatinho do João”.*

Professor Joel: Ontem quando estávamos a analisar qual das lojas tinha o preço mais barato para as latas de comida para gator observei diversas estratégias e gostaria de falar hoje acerca delas. Helaina e Lucy podem começar a contar o que fizeram?

Helaina (*começando*): Nós percebemos que se cada lata custasse um Euro nas duas lojas, sobravam três Euros em ambos os casos. Três dividido por doze é vinte e cinco cêntimos. Por isso na Loja do Sr. Manuel cada lata custava 1,25 Euros.

Lucy (*termina a explicação*): Na loja da D. Maria tínhamos três Euros e nós percebemos que isso eram cinco cêntimos para cada Euro, uma vez que cada Euro são vinte moedas de cinco cêntimos ... e isso dá quinze cêntimos, portanto cada lata custa 1,15 Euros.

Professor Joel: Quem é que consegue explicar a estratégia da Helaina e da Lucy?

*O professor procura confirmar se os alunos perceberam, virando-se para a comunidade. Em vez de ser ele a explicar, procura que sejam os alunos responsáveis por comunicar e compreender o trabalho uns dos outros. O objectivo é que ao explicarem o seu raciocínio uns aos outros, vão pensando de forma mais profunda acerca da matemática e aprendam a comunicar ideias matemáticas. Depois da estratégia da Helaina e da Lucy ter sido aparentemente compreendida, o professor vira-se para Tristan e Dylan, que usaram uma tabela de razões, e pede-lhes para partilharem a sua estratégia.*

Dylan: Começámos por dividir em metades. Se doze latas custam 15 Euros, então seis latas deveriam custar 7,5 Euros e três latas 3,75 Euros. Não dividimos mais porque isso daria uma lata e meia. Então calculámos um terço e obtivemos o custo de uma lata: 1,25 Euros. Depois fizemos o mesmo com as latas da D. Maria. Se vinte latas custam 23 Euros, então dez latas custam 11,50 Euros. Isso significa que cinco latas custam 5,75 Euros e uma lata custa 1,15 Euros.

*À medida que os alunos tentam compreender como Dylan e Tristan calcularam as suas razões, inicia-se uma discussão. Quando finalmente se chega a um acordo, o professor sugere registar as diferentes razões numa tabela:*

Loja do Sr. Manuel		Loja da D. Maria	
12 latas	15 euros	20 latas	23 euros
6 latas	7,50 euros	10 latas	11,50 euros
3 latas	3,75 euros	5 latas	5,75 euros
1 lata	1,25 euros	1 lata	1,15 euros

<sup>1</sup> Adaptado de Fosnot, C. & Dolk, M. (2002). *Young mathematicians at work: Constructing fractions, decimals and percents*. Portsmouth: Heinemann.



Professor Joel: Poderíamos ter usado outros números? O que é que vocês fizeram?  
(*vira-se para Chloe e Josi*)

Chloe: Nós procurámos um múltiplo comum e não um factor. Escolhemos o número quatro porque vinte latas e doze latas são ambos múltiplos de quatro. Na loja da D. Maria havia vinte latas, ou seja cinco grupos de quatro. Por isso, cada quatro latas custam 4,60 Euros. Na Loja do Sr. Manuel havia doze latas, ou seja três grupos de quatro. Por isso, cada grupo de quatro latas custava 5 Euros.

*O professor acrescenta estas razões à sua tabela.*

Professor Joel: Então vamos lá ver. Estamos a dizer que tudo isto é equivalente? (*por*

*cima da tabela ele escreve*  $\frac{15}{12} = \frac{7,5}{6}$  Euros) Estas duas representações são equivalentes? Discutam esta questão com a pessoa sentada ao vosso lado durante trinta segundos.

*Para garantir que todos os alunos estão a acompanhar, o professor opta por uma discussão “em pares” em vez de uma discussão com toda a turma. Desta forma garante que todos os alunos estão a considerar a ideia fundamental em causa: a equivalência. Depois de ouvir algumas conversas, retoma a discussão com toda a turma:*

Professor Joel: Ilit? O que é tu e o teu par discutiram?

Ilit: Nós achamos que são equivalentes porque quinze dividido por dois é igual a 7,5. É metade do numerador. E o denominador... doze dividido por dois é seis. É também metade.

Professor Joel: Concordam todos com o Ilit? Alguém quer acrescentar alguma coisa? Kevin?

Kevin: Eu concordo com o Ilit. Se fizermos a mesma coisa ao numerador e denominador, eles são equivalentes.

Professor Joel: Todos concordam? Se fizermos a mesma coisa às latas e aos Euros eles são equivalentes?

*O professor tenta manter a conversa dentro do contexto para que os alunos compreendam o que estão a fazer. Ao olhar para as caras dos alunos, todos parecem estar de acordo e continua:*

Professor Joel: E então será que eu posso também juntar estas fracções?

*O professor escreve no quadro*  $\frac{15}{12} = \frac{7,5}{6} = \frac{3,75}{3} = \frac{1,25}{1}$

Vários alunos: Sim (*diversos alunos expressam o seu acordo verbalmente, enquanto outros acenam com a cabeça*).



Professor Joel: E posso fazer a mesma coisa para a Loja da D. Maria?

O professor escreve  $\frac{23}{20} = \frac{11,5}{10} = \frac{5,75}{5} = \frac{1,15}{1} = \frac{4,60}{4}$ .

*Mais uma vez, os alunos acenam positivamente e o professor continua a estabelecer mais equivalências.*

Professor Joel: Andres e Zach... Vocês usaram sessenta latas para comparar. Podem explicar-nos porquê?

Um destes alunos: Era um múltiplo comum. Nós multiplicamos vinte por três e doze por cinco.

O professor Joel junta  $\frac{?}{60}$  a cada igualdade anterior enquanto Andres e Zach explicam a sua abordagem. Mas em vez de os deixar continuar a explicar como é que calcularam o custo de sessenta latas em cada loja, interrompe-os e mais uma vez pede aos alunos para discutirem a questão em pares. Pretende que todos os alunos estejam envolvidos no cálculo das fracções equivalentes.

Professor Joel: O que acham então do que o Andres e o Zach fizeram? Se comprar sessenta latas em cada loja... discutam durante um minuto com o vosso par quanto é que isso custaria em cada uma das lojas.

*Depois de ouvir algumas conversas, o professor percebe que os alunos parecem ser capazes de determinar facilmente o numerador. Então pede ao Joseph para explicar o que a maioria dos alunos está a discutir.*

Professor Joel: Joseph?

Joseph: 23 Euros por vinte latas dá 69 Euros por sessenta. Basta multiplicar por três porque são três vezes o número de latas.

Professor Joel (procurando trazer uma nova voz para a discussão): Então, Chloe... e como é que é com a Loja do Sr. Manuel?

Chloe: Nós fizemos... Penso que está certo. Uma vez que multiplicaram doze por cinco para chegar a sessenta, têm de multiplicar também quinze por cinco. Por isso concluímos que seria setenta e cinco Euros por sessenta latas.

*O professor acrescenta estas equivalências às outras.*

Professor Joel: Então estes valores são todos equivalentes? O que fizermos ao numerador temos também que fazer ao denominador?

*Vendo que os alunos concordam novamente, o professor regressa à tabela e encoraja-os a utilizarem-na como uma tabela de razões.*

Professor Joel: Há mais algum número de latas que pudéssemos ainda comparar?

*Mais uma vez o professor pede aos alunos para trabalharem em pares e depois pede a Guilherme para partilhar as suas conclusões. Cada vez que incentiva a discussão em pares traz mais vozes para a conversação.*

Professor Joel: Gayen ... Podes descrever o que tu e a Felisha discutiram?



Gayen: Nós pensámos que se dividíssemos setenta e cinco por dois e sessenta por dois encontraríamos outra razão equivalente.

Professor Joel: E o que é que obtiveram? - insiste o professor.

Gayen: 37,50 Euros por trinta latas.

Professor Joel: E na Loja da D. Maria? Quanto custariam trinta latas? Jeremy?

Jeremy: 34,50 Euros... Ou seja, metade de sessenta e nove.

Professor Joel: E é possível comparar outros números de latas?... Chloe?

Chloe (que utilizou o número dez): São 11,50 Euros por cada dez latas, por isso é três vezes isso... 34,50 Euros por trinta latas

Professor Joel (procurando estimular os alunos a usar a tabela de razões): E se fossem vinte latas? Poderíamos calcular o custo dessa quantidade de latas em cada loja? ... Carol?

Carol (entusiasmada) Isso é o dobro do custo das dez latas! E o custo das vinte latas e o das dez poderiam ser adicionados para determinar o custo das trinta.

Verónica levanta a mão e o professor sorri ao vê-la oferecer-se para apresentar as suas conclusões:

Verónica: É como... Também poderíamos utilizar vinte trigésimos e multiplicá-los por um e meio sobre um e meio... É o mesmo que somar o custo de vinte e o custo de dez!

*Os alunos estão a usar a tabela de razões como ferramenta e encontraram inúmeras formas de determinar e provar a equivalência.*