



## Proposta de trabalho *Explorando relações: Parte 2*

1. Analise o documento *O caso de Ron Castleman: As aulas de Matemática do segundo e do sexto tempos*. Em particular, confronte as decisões que o professor tomou em cada uma das turmas, porque as tomou e as possíveis aprendizagens dos alunos.
2. Discuta factores relacionados com as aulas que podem ter contribuído para os diferentes tipos de envolvimento dos alunos.

### ***O caso de Ron Castleman: As aulas de Matemática do segundo e do sexto tempos***

Este relato<sup>1</sup> foca-se em duas aulas de Matemática leccionadas pelo professor Ron Castle a propósito da tarefa *Fracções, decimais e percentagens*<sup>2</sup>. As aulas ocorreram no mesmo dia com duas turmas diferentes, que são, no entanto, do mesmo ano de escolaridade e têm características semelhantes. Assim, o que se designa por aula do segundo tempo antecedeu a relativa à do sexto tempo. Em primeiro lugar apresentam-se algumas considerações sobre o trabalho anteriormente desenvolvido pelo professor com ambas as turmas. Segue-se um resumo de cada uma das aulas.

### **O trabalho anteriormente realizado com as turmas**

Ron Castle e os alunos têm trabalhado, ao longo de várias semanas, com fracções e números decimais focando-se no significado destes conceitos e usando materiais manipuláveis e diagramas. Por exemplo, utilizaram quadrados divididos em 10 e em 100 partes iguais para ilustrar que  $3/5$ ,  $6/10$ ,  $0,6$ ,  $60/100$  e  $0,60$  representam a mesma quantidade (ver figura 1).



$$6/10 = 0,6$$



$$6/10 = 0,6 = 3/5$$



$$6/10 = 60/100 = 0,60$$

Figura 1

<sup>1</sup> Adaptação de extractos do capítulo 5 de Stein, M., Smith, M, Henningsen, M, & Silver, E. (2000). *Implementing standard-based mathematics instruction – A case for professional development*. Reston, VA: NCTM e Teachers College Press.

<sup>2</sup> Proposta de trabalho *Explorando relações: parte 1*



Recentemente começaram a trabalhar com percentagens e a maior parte do tempo foi dedicado ao significado deste conceito. Na altura em que ocorreram as aulas do segundo e do sexto tempo, os alunos não tinham aprendido algoritmo algum que lhes permitisse responder a questões do tipo “6 que percentagem é de 40?”. Nestas aulas, Ron Castle pretendia que os alunos trabalhassem, ao mesmo tempo, com as várias formas de representação de números racionais com que tinham anteriormente lidado: fracções, números decimais e percentagens. Em particular, queria que usassem diagramas visuais para determinarem respostas numéricas solicitadas, em vez de se apoiarem apenas em procedimentos de cálculo. Considerava que esta via os ajudaria a desenvolverem uma compreensão conceptual de cada uma das referidas formas de representação de quantidades fraccionárias e suas relações.

### **A aula de Matemática do segundo tempo**

*Fracções, decimais e percentagens: Explorando* relações é a primeira das três tarefas que Ron Castle tinha preparado para a aula. Os alunos nunca tinham trabalhado antes com uma grelha que não era de 10x10, o que introduzia um acréscimo de complexidade no trabalho, pois não era evidente como representar aí décimas e centésimas. Esta tarefa constituía, assim, um problema para os alunos e o professor esperava que se sentissem desafiados e que raciocinassem sobre ela tendo por base a sua compreensão sobre fracções, decimais e percentagens.

Na fase da apresentação da tarefa indicou que queria que usassem o diagrama visual para responderem às questões e que se preparassem para explicar ou ilustrar, usando o diagrama, porque é que as suas respostas faziam sentido. Indicou, também, que teriam cerca de 10 minutos para trabalharem em pares após o que partilhariam os processos de resolução.

Durante o trabalho de pares, circulou pela turma para observar os processos de abordagem do problema. Cedo constatou que sombrear 6 quadrados não originou dificuldade alguma, mas que o mesmo não aconteceu com a indicação da percentagem da parte sombreada (primeira alínea). Alguns alunos escreveram 6% sem repararem que o número de quadrados existentes no diagrama não era 100 mas sim 40. Outros, a maior parte, tinham em conta que não estavam perante uma grelha de 10x10 e, por isso, 6% não poderia ser a resposta correcta. No entanto, não sabiam como proceder. Ron deixou-os debaterem-se com as dificuldades durante um curto espaço de tempo, sentindo-se cada vez mais desconfortável



com a falta de progresso. Diversos alunos sentiam-se frustrados com a sua incapacidade de encontrarem rapidamente a resposta para a questão e começaram a pressioná-lo para que lhes indicasse um algoritmo que permitisse determinar a percentagem correcta. Nas palavras de Ron,

hesitei. Não queria fornecer aos alunos um método para encontrar a percentagem (por exemplo,  $6/40 = x/100$ ); queria que usassem o diagrama, mas não tinha a certeza sobre como os levar a usá-lo. Muitos alunos pareciam estar num beco sem saída e era-lhes cada vez mais difícil lidar com a ambiguidade. (p. 50)

Depois de uma rápida avaliação do problema, Ron constatou que seria mais fácil se se comesse com a alínea c) (representação fraccionária da área sombreada) e foi sugerindo aos pares de alunos que representassem, em primeiro lugar, a fracção. E, de facto a maior parte dos alunos indicou, sem problema algum, que a fracção era  $6/40$  e que esta poderia ser transformada em  $3/20$ . No entanto, o que se seguiu não estava nos planos de Ron: os alunos repararam, entusiasmados, que podiam responder à alínea b) (a representação decimal da parte sombreada) dividindo, simplesmente, 3 por 20 e obtendo 0,15. Sabendo que a representação decimal é 0,15, rapidamente usaram o “velho” método de moverem a vírgula duas “casas” para a direita para converterem números decimais em percentagens e deram a tarefa por concluída. Ron não ficou convencido que os alunos compreenderam o raciocínio subjacente às conversões feitas nem a relação entre a área sombreada do rectângulo e a fracção/número decimal/percentagem. Reparou, também, que não pareciam ter usado o diagrama nem sequer para testarem a razoabilidade das suas respostas.

Tinham passado, entretanto, cerca de 15 minutos da aula e Ron achou que tinha chegado o momento de partilhar na turma os raciocínios feitos. Decidiu começar por um par de alunos que tinha respondido correctamente à alínea c) ( $3/20$ ), dividiu incorrectamente 3 por 20 e indicou 0,015 relativamente alínea b) e cuja resposta à alínea a) foi 1,5%. Ron planeava usar estas respostas, cálculos e processos de raciocínio a eles associados, para incentivar a turma a retomar o diagrama para pensar sobre a tarefa. No entanto, tal não veio a acontecer. Na sequência da apresentação feita pelo par de alunos, assim que o professor diz “olhem para o diagrama, parece que está sombreado apenas 1,5% do rectângulo?”, vários alunos da turma apontaram para a colocação incorrecta da vírgula no algoritmo referente à divisão de 3 por 20, Ron sente que não pode passar por cima do assunto e revê rapidamente



os procedimentos de divisão com números decimais. Uma vez obtida a resposta correcta (0,15), rapidamente o par de alunos altera 1,5% para 15%.

A aula tem a duração de 45 minutos. Passaram 20 com a exploração da primeira das três tarefas que Ron tinha pensado trabalhar na aula. É um facto que foram apresentadas respostas correctas para qualquer uma das alíneas da tarefa *Fracções, decimais e percentagens: Explorando relações*, mas o professor sente-se relutante em a pôr de lado:

estava relutante em abandoná-la porque ainda continuava com o sentimento desconfortável de que tínhamos passado demasiado tempo a preocuparmo-nos com a correcção de respostas e procedimentos e tempo insuficiente a usar o diagrama para raciocinar sobre a tarefa. Decidi arriscar e chamar ao retroprojector Sharice e Krystal, as únicas duas alunas da turma que não tinham recorrido a algoritmos para resolver o problema. Embora não tivessem chegado a respostas correctas, pelo menos tinham tentado usar o diagrama. Sharice e Krystal começaram por sombrear 4 quadrados na primeira coluna e 2 na segunda e disseram que tinham sombreado 6% dos quadrados (...). (p. 51)

Quanto faltam cerca de 15 minutos para a aula terminar, Ron considera que já passou tempo suficiente com a tarefa *Fracções, decimais e percentagens: Explorando relações* e propõe aos alunos que resolvam os restantes dois problemas que tinha preparado para a aula. À hora do almoço, reflectiu sobre o que se passou na aula do 2º tempo e analisou as produções dos alunos relativas a estes problemas. Constatou que muitos os completaram, mas que a grande maioria recorreu, de imediato, a algoritmos, havendo poucas evidências de que tinham prestado atenção aos diagramas que acompanhavam os problemas. Além disso, por vezes os procedimentos usados não eram os adequados e noutros casos tinham sido incorrectamente executados. Ron sente-se aborrecido sobretudo pelo facto dos alunos terem falhado na análise da razoabilidade das respostas apresentadas.

Revisitando a aula do 2º tempo, o professor considera que os seus objectivos eram razoáveis, que tinha escolhido boas tarefas e que os seus alunos eram, certamente, capazes de as explorar desde que tivessem tempo suficiente para pensarem sobre o que estavam a fazer. E assim, decidiu que na aula do sexto tempo o relógio não governaria os seus movimentos e que tentaria que a ansiedade dos alunos acerca de como proceder não o afectasse. Interrogava-se, contudo, sobre como apoiar os alunos sem lhes dizer como fazer.



### A aula de Matemática do sexto tempo

A apresentação da tarefa nesta aula e as indicações que Ron deu aos alunos, foram muito parecidas às da aula do segundo tempo. Igualmente semelhante foi a abordagem dos alunos à tarefa, as dificuldades que sentiram e a pressão para que o professor lhes ensinasse uma regra para encontrarem a percentagem solicitada na alínea a). A diferença surge na forma como Ron lida com a situação:

Tentei direccionar a sua atenção para o diagrama. Sugeri que poderiam olhar cuidadosamente para o rectângulo, reparar no número total de quadrados e nos modos como os quadrados estavam organizados em linhas e colunas. Perguntei “como podem usar esta informação para vos ajudar a imaginar a percentagem”? (...) pararam de insistir comigo para lhes indicar uma fórmula e comecei a ouvir conversas entre os alunos que discutiam com os seus pares possibilidades, apontando para o diagrama enquanto falavam. (p. 53)

Ao observar o trabalho dos vários pares de alunos, Ron constata que, embora todos façam alguns progressos, os que avançam mais rapidamente são os que repararam que cada coluna representa  $1/10$  do rectângulo e que os seis quadrados sombreados podem ser representados de modo a “preencherem” uma coluna e meia. E assim, dizem, como uma coluna é  $1/10$ , ou 10%, então coluna e meia será 15%. Os que têm mais dificuldades são os que sombream os quadrados em linhas, em rectângulos de  $2 \times 3$  ou dispersando-os pelo diagrama (ver figura 2).

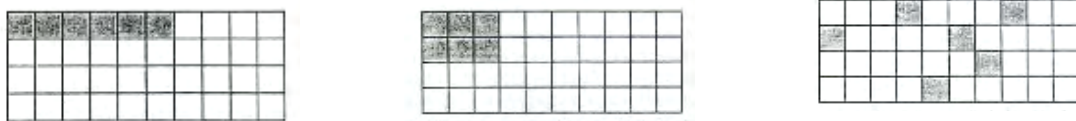


Figura 2

Ron tenta apoiar estes alunos colocando questões relacionadas com a configuração dos quadrados sombreados que, em cada caso, estão a usar e incentivando-os a pensar como é que essa configuração os pode ajudar a imaginar a percentagem de quadrados sombreados. Depois desloca-se para outro par.

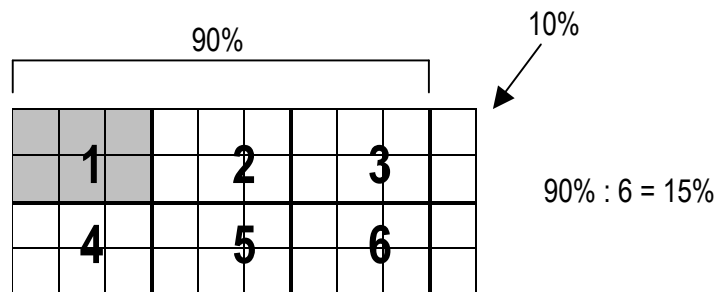
Passam, entretanto, cerca de 20 minutos da aula. A grande maioria dos alunos tentou, pelo menos, resolver cada uma das alíneas do tarefa e Ron decide que chegou o momento de



passar à fase da partilha de estratégias de resolução na turma. Escolhe começar por um par de alunas cuja estratégia de resolução da alínea a) foi rara na turma. Ambas se dirigem ao retroprojector, uma delas escreve no acetato aí colocado “ $6 \times 2,5\% = 15\%$ ” e, de imediato, ambas começam a dirigir-se para os seus lugares. Ron intervém dizendo-lhe para regressarem e explicarem o processo de resolução adoptado. Uma das alunas explica que uma vez que há 40 quadrados no diagrama e que este tem que representar 100%, então cada quadrado corresponde a 2,5%. Como há 6 quadrados sombreados, multiplicando 6 por 2,5% obtém-se a percentagem sombreada. O professor desafia os restantes alunos a colocarem questões às colegas sobre o método de resolução e, uma vez clarificado e compreendido, aproveita a oportunidade para analisar e discutir com a turma uma ideia matemática importante:  $100\% = 1 = 1,00$ .

Embora se tenham passado 30 minutos da aula e apenas se tenha analisado uma das estratégias usadas para resolver a primeira parte do problema, Ron decide não o abandonar e solicita a um segundo par de alunos — que tinha usado um método de abordagem à alínea a) bastante diferente do das

colegas — para explicarem e justificarem este método (ilustrado na figura 3). Tal como no caso anterior, subsequentemente à



apresentação, os restantes colegas foram incentivados a colocar-lhes questões tendo em vista a compreensão do processo seguido.

Figura 3

A aula prossegue com a apresentação da resolução da alínea b). Ron opta por pedir a dois alunos que, embora não tendo chegado à resposta, trabalharam diligentemente. Um deles explica que como no rectângulo há 10 colunas, cada uma corresponde a 1/10 e, assim, se uma das colunas estiver sombreada será 0,1, se duas estiverem sombreadas será 0,2 e, por isso, a resposta está no meio entre 0,1 e 0,2. No entanto, nenhum dos alunos do par tinha a certeza sobre como se poderia representar 1/2 de 1/10. Ron retoma os quadrados de 10x10 com que a turma estava familiarizada (ver figura 1) e, apoiando-se nestes quadrados, vai colocando



diversas questões que ajudam os alunos a concluir que se uma coluna corresponde a 10 centésimas, meia coluna corresponde a 5 centésimas e, assim, uma coluna sombreada e mais meia coluna sombreada corresponde a 10 centésimas mais 5 centésimas ou seja 0, 15.

A aula está muito perto do final. Ron sente que passou mais tempo com o primeiro problema do que tinha imaginado. Considerou, no entanto, que este tempo foi necessário para que os alunos pudessem resolver os restantes. Propô-los como trabalho de casa e solicitou aos alunos que escrevessem explicações sobre os modos como usaram o diagrama para chegar às respostas.

Equipas do PFCM da ESE/IPS: 2006/2007- 2008/2009